

$$\sum_{x=0}^4 f(x) = 1 ; \frac{1}{3k+1} \left[\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} \right] = 1 ; \frac{1}{3k+1} (1+4+6+4+1) = 1 ; k=5 \quad 1.$$

۲. الف) $P(X=2) = \frac{12}{20} = 0.6$, $P(X=3) = \frac{15}{120} = 0.125$, ... , $P(X=7) = \frac{7}{120} = 0.15$

بنابراین:

X	۲	۳	۴	۵	۶	۷
$P(X=x)=f(x)$	۰/۱	۰/۱۲۵	۰/۱۷۵	۰/۲	۰/۲۵	۰/۱۵

$P(X \geq 5) = f(5) + f(6) + f(7) = 0.2 + 0.25 + 0.15 = 0.6$ (ب)

۳. الف) $S = \{H, TH, TTH, TTTH, \dots\}$

توزیع احتمال X را که در جدول زیر نشان داده شده است به دست می آوریم:

x	۱	۲	۳	۴	...
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$(\frac{2}{3})(\frac{1}{3})$	$(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})$	$(\frac{2}{3})^3(\frac{1}{3})$	...

احتمال $f(x)$ برای هر مقدار مشخص x ، از فرمول زیر به دست می آید:

$$f(x) = P(X=x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} \times \left(\frac{1}{3}\right) \quad x=1,2,3,\dots$$

(ب) $P(X=5) = f(5) = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{16}{243}$

۴.

x_i	۳۰۰۰۰	۱۵۰۰۰	۰	-۱۵۰۰۰
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$

$$E(X) = (30000)\left(\frac{3}{20}\right) + (15000)\left(\frac{7}{20}\right) + (0)\left(\frac{7}{20}\right) + (-15000)\left(\frac{3}{20}\right) = 7500$$

۵ $f(x) = \frac{1}{6}, x=2,4,\dots,12$; $g(y) = \frac{1}{4}, y=1,3$

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y) = \frac{1}{6}(2+4+\dots+12) + \frac{1}{4}(1+3) = 9$$

۶. سود حاصل از فروش X واحد در یک هفته، $50X$ تومان است،

$$E(X) = \sum x.f(x) = 0 + 0.1 + 0.4 + \dots + 0.5 = 2.7$$

پس:

$$E(\text{سود خالص}) = E(50X - 20) = 50E(X) - 20 = (50 \times 2.7) - 20 = 115$$